紀要『人文・自然研究』第 18 号

音律論からみた音楽理論の問題点

小島敎知

2024 年 3 月 25 日発行

一橋大学 全学共通教育センター

人文・自然研究　第 18 号

Hitotsubashi Review of Arts and Sciences 18

2024 年 3 月 25 日発行

発行：一橋大学全学共通教育センター

186-8601 東京都国立市中 2-1

組版：精興社

音律論からみた音楽理論の問題点

小島敦知

1. はじめに

音律とは複数の音の高さに対する相対的な規則のことをいう．楽器では複数の高さの音を出せるものが多いが，それらの音の高さは通常，特定の音律によって決められている．現在多くの楽器は 1 オクターブを 12 等分した十二平均律（以下，平均律）という音律で音の高さが決められているが，この平均律が西洋で普及したのは 18 世紀以降であり（文献［5，p. 521］参照），それ以前は異なる音律が用いられていた．そして平均律以前にはピュタゴラス音律・純正律・中全音律などの音律があったが，当然のことながら音楽理論はこれらの音律を前提に考えられていた．たとえばドレミファソラシドの音の名称は 11 世紀に考えられたものであるが，当時はピュタゴラス音律が前提としてあった．また度数と接頭辞による音程の名称（以下，単に音程の名称という）が使われた時代は純正律が前提としてあった．したがってこれらの理論を真に理解するには平均律でない音律の知識が必須となる．しかし『楽典』（たとえば文献［2］など）では純正律はとりあげていることもあるが，ピュタゴラス音律についてはほとんど触れられていないのが現状である．ところが純正律も歴史的にはピュタゴラス音律を変形したものとして考えられたものであるから，実は音程の名称もピュタゴラス音律で合理的に説明できる．したがって音の名称や音程の名称などの理論はおおもとのところではピュタゴラス音律を前提としているのである．

さて，いま述べたことからドレミの音名や音程の名称はピュタゴラス音律が前提としてある．しかし『楽典』などでは平均律を前提として説明をされていることがほとんどである．たしかに実際にピュタゴラス音律を用いることが現在はあまりないことから，実用上の観点からはそのような説明になってしまうのはやむをえないことではある．しかし理論的につきつめるならばこの態度には問題がある．なぜなら音律論的にいえば

ピュタゴラス音律を前提とした理論と平均律は論理的に相容れない

からである．したがって現行の『楽典』を論理的に読むと，少なからず矛盾が発生する．ところがそのことを指摘している文献はほとんどなく，放置されているのが現状である．これでは音楽理論を論理的に考えることなど到底不可能である．そこで本稿においてはまず音程の理論と平均律が相容れないことを指摘し，その後に矛盾のない音律論を展開する．この理論を前提とすることによって，表題における音楽理論の問題点は解消され，矛盾のない合理的な理論を構築することができるであろう．

2. 準備

本稿でとりあげる音律は主にピュタゴラス音律・純正律・平均律の 3 つであり，中全音律については補足的にとりあげる．各音律の定義は後述するが，これらの音律の分類方法として「基本音程の個数」による分類を行う．音律は音程からなる集合と考えられるが，

このとき任意の音程がある特定の（複数の）音程の和や差で表されるとき，その特定の音程を基本音程という．明らかに平均律は1オクターブの12分の1の音程，すなわち「半音」を基本音程としてとることができる．一方，ピュタゴラス音律・中全音律では「全音」「半音」が基本音程としてとれ，純正律では「大全音」「小全音」「大半音」が基本音程としてとれる．一般に基本音程の個数を n 個としたとき，その音律は n 元音律であるということにすれば，平均律は1元音律，ピュタゴラス音律・中全音律は2元音律，純正律は3元音律であるといえる．

このような観点でみると現行の楽典などで述べられている音楽理論はきわめて特異であることがわかる．それは1元音律（平均律）と3元音律（純正律）の説明があっても，その中間の2元音律（ピュタゴラス音律）の説明をしていないことであり，また理論的には2元音律を基礎として，それを複雑化させたのが3元音律であり，一方単純化させたのが1元音律であるから，2元音律の説明なしに1元音律や3元音律を説明するのは客観的視点からはほど遠い．また前述したように音程の名称はピュタゴラス音律，すなわち2元音律を土台として構築されている．したがって2元音律の説明なしで音程の理論を展開することはいささか無理が生じているといわざるを得ない．

さて，ここまで基本音程の個数という観点から2元音律（ピュタゴラス音律）の重要性を述べたが，ピュタゴラス音律にはもう1つ重要な点がある．それは日本の雅楽はピュタゴラス音律で成り立っているという事実である．したがって日本の音律の理解にはピュタゴラス音律の知識が必須である．いま日本の雅楽の話が出たので1つ重大なことを述べよう．雅楽では音の階名として五声と呼ばれる宮（きゅう）・商（しょう）・角（かく）・徴（ち）・羽（う）の5つがあるが，これらの音を若干上げた音としてとくに嬰商・嬰角・嬰羽が，若干下げた音としてとくに変宮・変徴がある（文献［3，p. 139］参照）．そしてこの「嬰」「変」を日本では♯と♭の訳語として用いている．しかしピュタゴラス音律の観点からみればこれは誤訳である．なぜなら♯・♭はもとの音に対し，半音階的半音（増1度）と呼ばれる音程分，上げ下げする記号なのに対し，「嬰」「変」は全音階的半音（短2度）と呼ばれる音程分，上げ下げする接頭辞であるからである．したがって本稿では混乱を避けるため，♯・♭の訳語としての「嬰」「変」は用いないこととする．

3. 音程の理論と平均律が相容れないこと

さて，以上の準備のもとで音程の理論と平均律の原理が相容れないことを示そう．そのためには，音程の理論と平均律の原理の両者を論理的に分析しなくてはならない．

平均律は1元音律であるから，すべての音程は基本音程「半音」の整数倍で表される．いま半音の n 倍の音程を

$$n[\text{半音}]$$

で表すことにしよう．さて1オクターブは半音の12倍であるから，これは次の式

$$1[\text{オクターブ}]=12[\text{半音}] \tag{1}$$

で表すことができる．また，音階ドレミファソラシドをみると，隣合う音の音程は「全音」と「半音」の2つがある．このときドレ，レミ，ファソ，ソラ，ラシの音程は全音，ミファ，シドの音程は半音であるから，ドからドまでの1オクターブ内に全音が5つ，半音が2つある．これを

$$5[\text{全音}]+2[\text{半音}]=1[\text{オクターブ}] \tag{2}$$

のような式で表そう．このとき式（1）と式（2）から $5[\text{全音}]+2[\text{半音}]=12[\text{半音}]$ であるから $5[\text{全音}]=10[\text{半音}]$ より

$$[\text{全音}]=2[\text{半音}] \tag{3}$$

を得る．また式（2）と式（3）から式（1）が求められる．したがって式（2）を前提とすれば，式（1）と式（3）は同等である．よって次が結論づけられる．

平均律は半音の 2 倍が全音であるような音律である．

いいかえれば平均律は全音の半分が半音であるような音律であるともいえる．

一方，音程の理論には度数という概念がある．2 つの（高さの異なる）音に対し，その音程の度数とは低い音から高い音までの間にある音の個数（ただし音程を構成する 2 つの音も含む）で数える．たとえばレとラの音程といったら，レとラを含めて間に 5 つの音（レ・ミ・ファ・ソ・ラ）があるので 5 度という．またレとファの音程は 3 度（レ・ミ・ファ）であり，ファとラの音程も 3 度（ファ・ソ・ラ）である．したがって度数においては

$$[3\text{ 度}]+[3\text{ 度}]=[5\text{ 度}]$$

の関係が成り立つ．この関係はレとファ，ファとラ，レとラの組合せでなくても成り立つことは明らかであろう．

さて，この度数の足し算はその数だけをみるとふつうの足し算とは異なる．しかし，それは不規則というわけではなく，度数の足し算はふつうの足し算とは別の規則で成り立っている．すなわち自然数 a, b に対して

$$[a\text{ 度}]+[b\text{ 度}]=[(a+b-1)\text{度}]$$

が成り立っている．そしてこの規則に例外はない．いいかえればこの規則に反するものは音程の理論としては誤りである．そこで次に同じ度数の足し算を考える（$a=b$ とする）と，

$$[a\text{ 度}]+[a\text{ 度}]=[(2a-1)\text{度}]$$

であるから，同じ音程の和，いいかえれば 2 倍の音程の度数は $2a-1$，すなわち奇数である．よって裏返していえば，

偶数の度数の音程の半分の音程は存在しない．

とくに 2 度の音程の半分の音程は存在しない．ここで明らかに全音は 2 度であるから，音程の理論においては

全音の半分の音程は存在しない．

これは明らかに平均律の原理に矛盾する．したがって音程の理論と平均律は相容れない．

なお，音楽理論においてはこの矛盾の解消のために「半音」を 2 つに分類して「全音階的半音」と「半音階的半音」を考え，前者は 2 度（正確には短 2 度という），後者は 1 度（正確には増 1 度という）とすることがあるが，これは平均律の原理からはでてこない．

そもそも全音階的半音と半音階的半音が等しい，すなわちこれらの両者を区別しないのが平均律の原理であるから，この考え方は音程の理論を前提に，平均律をその特別な場合と考えているに過ぎない．すなわち前述の用語でいえば，2 元音律に 1 元音律が含まれていると解釈しているのであって，1 元音律（平均律）を基準に考えているわけではないことに注意する必要がある．

4. 本稿における各種音律の定義

前節最後に述べたことからもわかることであるが，音律論においては平均律も数ある音律のなかの 1 つでしかない．したがって音律論を平均律主体で考えることは歴史的にみても理論的にみても本末顚倒である．しかし，現状の音楽理論が平均律主体で論じられているため，それにひきずられる形で音律論も論じられていることがある．しかしこれでは正確な理論展開ができないので，本稿ではできるだけ客観的な視点からの音律論を述べることにする．そのため，本稿ではピュタゴラス音律・純正律・中全音律・平均律において，最も広い範囲で定義することにする．

多くの文献（たとえば文献［6，pp. 49–56］など）ではこれらの音律は 1 オクターブ内に 12 個の音があることを前提に記述されていることが多い．しかし 12 個の音に制限して考えること自体が平均律主体の考え方であるのみならず，このような考え方では融通が利かなくなる欠点がある．たとえば 12 個の音としてド・ド♯・レ・ミ♭・ミ・ファ・ファ♯・ソ・ソ♯・ラ・シ♭・シをとると定義してしまうと，この中にはないラ♭の音はその音律では存在しない音となる．しかも平均律以外の音律ではラ♭とソ♯は高さの異なる音であるから，概念として存在するラ♭の音を音律の定義から排除するのは賢明とはいえない．そのため，本稿での音律の定義は 1 オクターブ内に 12 個といった個数の制限をせず，また通常ではあまり使われないミ♯やシ♯などの音も排除せずに用いることにする．

また，通常は音名を与えたのちにそれらの音程がどのような規則になっているかを考えることが多いが，そもそも音律とは初めに述べたように複数の音の高さに対する相対的な規則であるから，音名より音程こそが音律の要である．よって繰り返すが本稿では音律を「音程の集合」として定義し，音名についてはその後に考察する．

さてこれよりピュタゴラス音律・純正律・中全音律・平均律の各音律を音程の集合として定義する．いま基本音程という観点から述べるならば

ピュタゴラス音律は「全音」と「半音」からなる音程の集合

であり，

純正律は「大全音」と「小全音」と「大半音」からなる音程の集合

である．また

中全音律は「全音」と「半音」からなる音程の集合

であり（ただしこの「全音」と「半音」はピュタゴラス音律のそれとは“大きさ”が異なる），

平均律は「半音」からなる音程の集合

である（この「半音」はピュタゴラス音律，中全音律とは“大きさ”が異なる）．

各基本音程は協和音程，とくに絶対協和音程「八度」・完全協和音程「五度」・不完全協和音程「長三度」を用いて次の式で定義される（なお，本稿において漢数字で度数を書いた場合，それらはすべて完全もしくは不完全協和音程であることを意味する）：

$$\text{ピュタゴラス音律：}\begin{cases}[\text{全音}]=-[\text{八度}]+2[\text{五度}]\\ [\text{半音}]=3[\text{八度}]-5[\text{五度}]\end{cases}$$

$$\text{純正律：}\begin{cases}[\text{大全音}]=-[\text{八度}]+2[\text{五度}]\\ [\text{小全音}]=[\text{八度}]-2[\text{五度}]+[\text{長三度}]\\ [\text{大半音}]=[\text{八度}]-[\text{五度}]-[\text{長三度}]\end{cases}$$

$$\text{中全音律：}\begin{cases}[\text{全音}]=\frac{1}{2}[\text{長三度}]\\ [\text{半音}]=\frac{1}{2}[\text{八度}]-\frac{5}{4}[\text{長三度}]\end{cases}$$

$$\text{平均律：}\begin{cases}[\text{半音}]=\frac{1}{12}[\text{八度}]\end{cases}$$

このようにして各音律は定義されたが，何点かの注意点がある．まず，先述のとおり本稿における音律では（正の音程であって，かつ）1オクターブ未満の音程の個数に制限がない．したがってピュタゴラス音律・純正律・中全音律においては1オクターブ未満の音程が無限個存在する．そのため，各種音律において転調ができないといった制限は存在しない．多くの文献では純正律は転調ができない旨が述べられているが，それは扱う音の数を有限個に制限していることが原因である．もちろんそのような制限下で議論することも重要ではあるが，本稿では各音律を最も広い範囲で考えるため，そのような制限は設けない．

次に，ピュタゴラス音律と純正律を比較すると

$$\begin{cases}[\text{全音}]=[\text{大全音}]\\ [\text{半音}]=-[\text{大全音}]+[\text{小全音}]+[\text{大半音}]\end{cases}$$

となっていることがわかる．したがってピュタゴラス音律のすべての音程は純正律の音程で表される．よって純正律はピュタゴラス音律の拡張である．

また，定義式からみれば明らかであるが，音程の式においては論理的に**負の音程**もしくは**逆音程**を許容する．たとえば定義式において［大全音］=－［八度］+2［五度］とあるが，この場合，－［八度］は負の音程である．いま，2［五度］の方が［八度］より“大きい”ので通常ならば［大全音］=2［五度］－［八度］と書くところであるが，マイナスの数を導入するのと同様にしてマイナスの音程（逆音程）を導入することによって上記のような書き方をすることができる．この利点は音程の“大小”にかかわらずふつうの数式と同じように計算ができることにある．

5. 2元音律の構造

各種音律において最も重要なのは2元音律である．そこで以下，2元音律の詳細を述べよう．

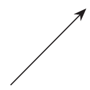
2元音律では，通常基本音程として「全音」と「半音」をとる．ここで重要なことは2元音律が真に2元音律であるためには，この「全音」と「半音」が独立に存在することが必要である．

さて2元音律の音は2次元空間（平面）上に図示することができる．いま音階ドレミフ

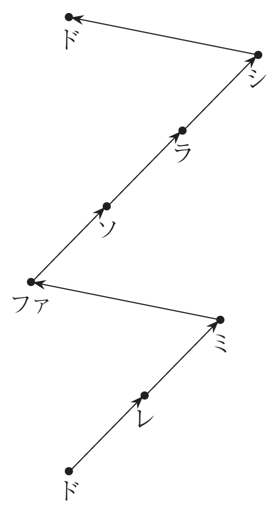
ァソラシドの隣合う２音については，

$$\text{ド} \xrightarrow{\text{全音}} \text{レ} \xrightarrow{\text{全音}} \text{ミ} \xrightarrow{\text{半音}} \text{ファ} \xrightarrow{\text{全音}} \text{ソ} \xrightarrow{\text{全音}} \text{ラ} \xrightarrow{\text{全音}} \text{シ} \xrightarrow{\text{半音}} \text{ド}$$

の関係であるが，この関係を全音のベクトルと半音のベクトルを用いて図示しよう．ここで全音のベクトルと半音のベクトルは一次独立（長さがともに０でなく，また２つのベクトルは平行でない）であれば，どんなベクトルをとってもよいが，たとえば全音のベクトルとして（2, 2）を，半音のベクトルとして（−5, 1）をとるとしよう．すなわち

全音のベクトル：  半音のベクトル： 

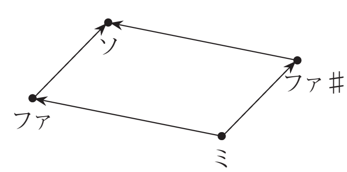
とする．このようなとり方をする理由はオクターブを垂直なベクトルにすることと，平均律との関連を説明する際に，全音ベクトルが半音ベクトルの２倍の“高さ”であることを表すためである．さてこのときドレミファソラシドの各音は次のように図示される：



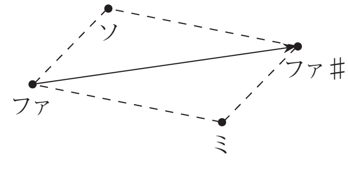
次に記号♯と♭を定義しよう．まずドレミファソラシドを移調してソラシドレミファ♯ソとしても全音・半音の関係は変わらない．すなわち

$$\text{ソ} \xrightarrow{\text{全音}} \text{ラ} \xrightarrow{\text{全音}} \text{シ} \xrightarrow{\text{半音}} \text{ド} \xrightarrow{\text{全音}} \text{レ} \xrightarrow{\text{全音}} \text{ミ} \xrightarrow{\text{全音}} \text{ファ♯} \xrightarrow{\text{半音}} \text{ソ}$$

であるから，とくにミ・ファ・ファ♯・ソの関係をベクトルで表すと



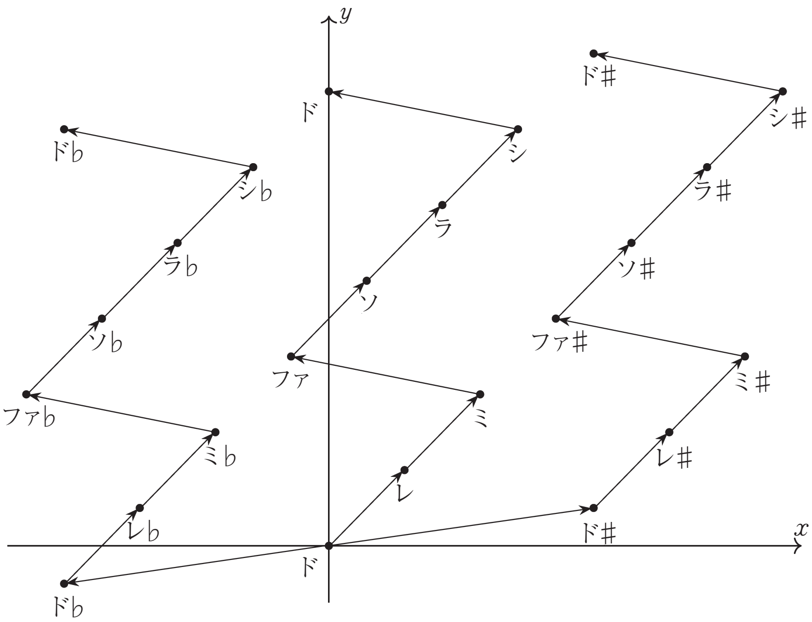
である．したがって♯のベクトルは全音のベクトルと半音のベクトルの差，すなわち $(2, 2)-(-5, 1)=(7, 1)$ である（下図参照）．



記号♭もファソラシ♭ドレミファに移調して考えればよい．また単に♯の逆方向のベクトルとしても定義できる．したがって♭のベクトルは（−7, −1）である．まとめると

♯のベクトル：  ♭のベクトル： 

である．これにもとづいて♯・♭のついた音名も図示すると



のようになる．

上の図式を前提に考えれば，平均律における**異名同音**とは，高さ（y 座標）が同じであって，横の位置（x 座標）が異なる音と解釈することができる．もちろんのことであるが，一般の２元音律ではこれらは平面上の位置が異なるため，異名であって同音になることは決してない．

6. ２元音律における音程の理論

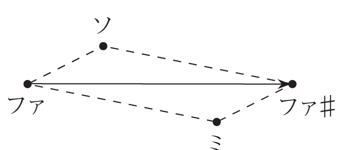
基本音程はベクトルで表すことができるが，一般の音程も音名の図式における２点を結ぶ有向線分の表すベクトルと考えられる．したがって自然に音程の和・差・実数倍を考えることができる．

さて，音楽理論では音程の名称は「(接頭辞)（度数）度」の形で表される．ここで度数は整数であり，接頭辞は「完全」「長」「短」「増」「減」などである．たとえば「完全４度」といったら４が度数であり，「完全」が接頭辞である．

２元音律で音程の名称を考える場合，全音のベクトルとして $(2, 1)$ を，半音のベクトルとして $(-5, 1)$ をとると都合がよい（前述したようにこれらのベクトルは絶対的なものではなく融通を利かすことができる）．すなわち，

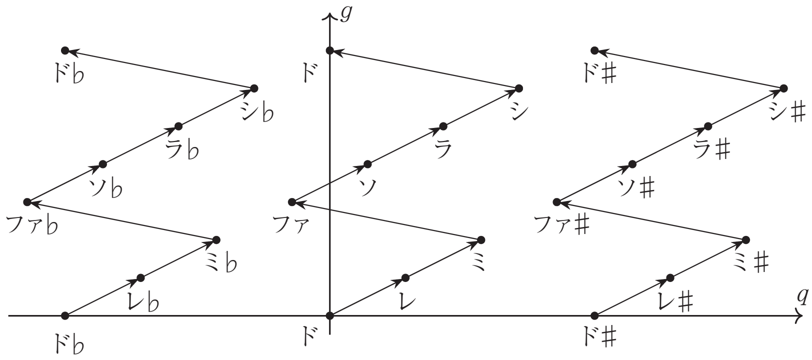
全音のベクトル：  半音のベクトル： 

をとる．このとき，♯のベクトルは全音のベクトルと半音のベクトルの差であったから，$(2, 1)-(-5, 1)=(7, 0)$ である（下図参照）．



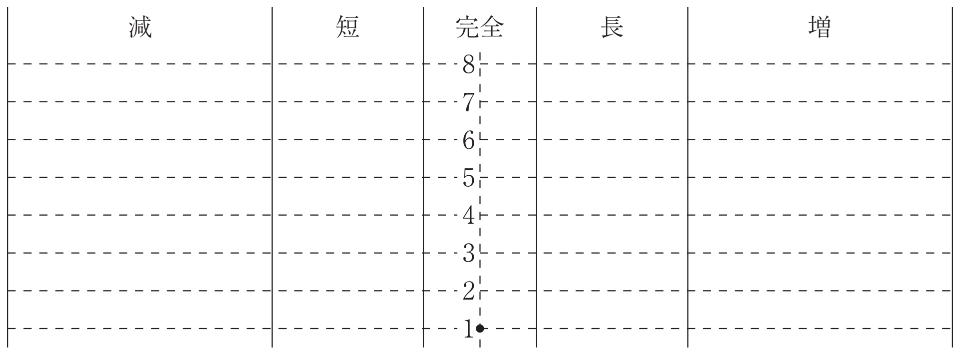
これにもとづいて音名を図示すると次のようになる（横軸を q，縦軸を g で表す）．

（音名の図）

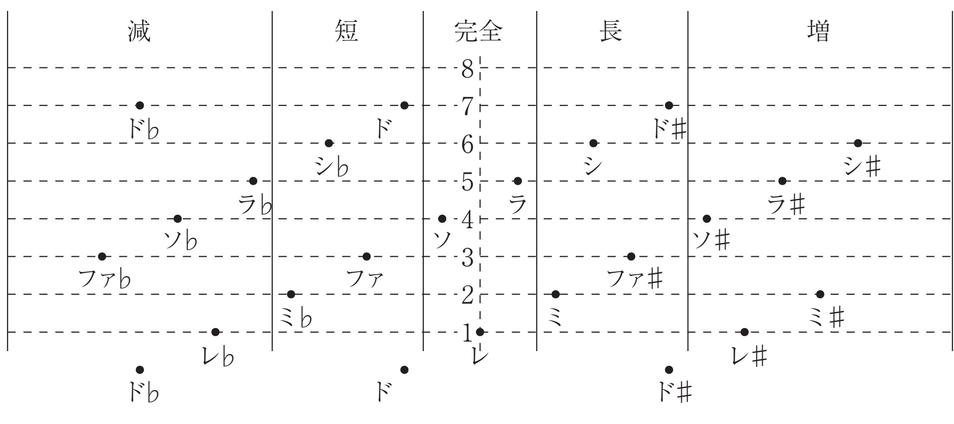


さてこの図に次の図

（音程の図）



を重ねることで音程の名称を得ることができる．すなわち音程△―□を求めるには，音程の図の中央下の点を音名の図の△の音に合わせ，このとき□の音が音程の図のどの位置にあるかを読むことによって音程の名称を得る．たとえば△としてレの音をとる．この場合に２つの図を重ねると



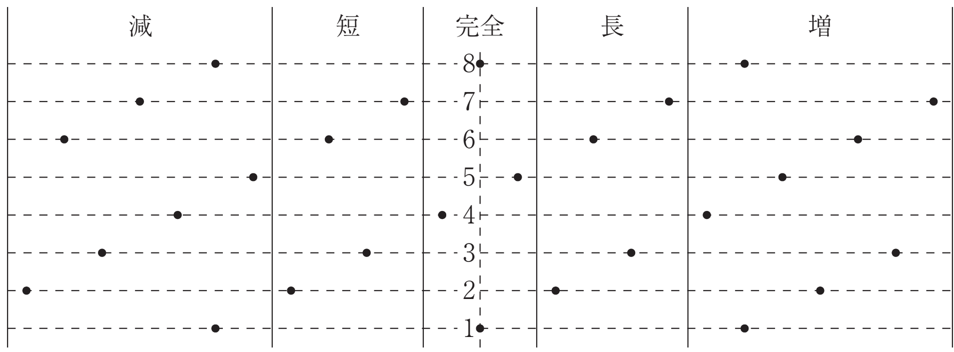
となる（繁雑になるので音名の図における矢印は省略した）．したがって音程レ―□はこの図から

□	音程の名称	□	音程の名称	□	音程の名称
レ♭	減１度	レ	完全１度	レ♯	増１度
ミ♭	短２度	ミ	長２度	ミ♯	増２度
ファ♭	減３度	ファ	短３度	ファ♯	長３度
ソ♭	減４度	ソ	完全４度	ソ♯	増４度
ラ♭	減５度	ラ	完全５度	ラ♯	増５度

シ♭	短６度	シ	長６度	シ♯	増６度
ド♭	減７度	ド	短７度	ド♯	長７度

と求められる（ただしこの表では，ド♭，ド，ド♯はすべて上のものをとる）.

この２つの図を重ね合わせて音程を求める方法で理論上はすべての音程を求めることができるが，実用上は一方の図を透明なものに印刷するなどしないと不便である．しかし求める音程の度数を１度から７度に制限すれば２つの図を重ね合わせなくても音程を求めることができる．実際，重ね合わせた図から音名を省くと



の形であるが，明らかに各点をみると，横座標に対し縦座標は１度から７度の範囲ではただ一つしか存在しない．したがって音程は横座標のみで決定するから，音名・音程の図についても横座標のみに着目すればよい．このことより次の“音程計算尺”を得る（実用上，減１度のところは完全８度上の減８度とした）.

（音程計算尺） 下の図の破線を切り取って使用する

減２度	減６度	減３度	減７度	減４度	減８度	減５度	短２度	短６度	短３度	短７度	完全４度	完全１度	完全５度	長２度	長６度	長３度	長７度	増４度	増１度	増５度	増２度	増６度	増３度	増７度

ファ♭	ド♭	ソ♭	レ♭	ラ♭	ミ♭	シ♭	ファ	ド	ソ	レ	ラ	ミ	シ	ファ♯	ド♯	ソ♯	レ♯	ラ♯	ミ♯	シ♯

音程計算尺を使って音程△―□（ただし，△は□より低い音とし，音程は１オクターブ以上離れていないものとする）を求めるには次のようにすればよい．

- 低い方の音△を完全１度の位置に合わせる．
- このとき，高い方の音□の位置の音程が音程△―□である．

以上は図によって音程の名称を定めたが，以下では（図で表せなかった部分も含めて）すべての音程について式を用いて定義しよう．

まず t，s を（負の数も含む）整数とし，全音 t 個分と半音 s 個分の音程，すなわち式で書けば t[全音]＋s[半音] の音程の名称を次で定める．いま

$$g=t+s,\quad q=2t-5s$$

とおく．このとき，

度数：$g+1$

$$\text{接頭辞：}\begin{cases}\text{完全} & (-1\leqq q\leqq 1)\\ \text{長} & (2\leqq q\leqq 5)\\ \text{短} & (-5\leqq q\leqq -2)\\ n\,\text{重増} & (7n-1\leqq q\leqq 7n+5)\\ n\,\text{重減} & (-7n-5\leqq q\leqq -7n+1)\end{cases}$$

で度数と接頭辞を定め，音程の名称は「(接頭辞)（度数）度」で定義する．

以上で２元音律における音程の名称はきちんと定義されるが，補足的に次の内容を規定する：

- 接頭辞「完全」はしばしば省略する．
- 接頭辞「1 重増」「1 重減」はそれぞれ単に「増」「減」といい，「2 重増」「2 重減」はそれぞれ単に「重増」「重減」という．
- $g<0$ のときは**負の度数**であるという．負の度数の場合，「(度数）度」の代わりに「逆（$1-g$）度」の名称を用いる．

7．２元音律における補足事項

前節において音程の名称を定義したが，それに関連していくつかの事項を述べる．

まず，全音・半音は音程の名称ではそれぞれ長２度・短２度である．実際，全音は $t=1, s=0$ であるから $g=1, q=2$ より長２度であり，半音は $t=0, s=1$ であるから $g=1, q=-5$ より短２度である．次に♯の音程は全音と半音の差であるから $t=1, s=-1$（負の整数もとれることに注意）より $g=0, q=7$．したがって増１度である．しばしばこの増１度を**半音階的半音**といい，従来の半音（短２度）を**全音階的半音**という．明らかに

$$[\text{半音階的半音}]+[\text{全音階的半音}]=[\text{全音}]$$

が成り立つ．

平均律は半音階的半音と全音階的半音が等しいと考えることによって２元音律の一種とみなすことができる（多くの『楽典』では無意識的にその立場をとっている）．またピュタゴラス音律においては半音階的半音の方が全音階的半音より“大きい”ことが知られている．そこでその差は $t=1, s=-2$ であるから $g=-1, q=12$ より増逆２度（負の度数であることに注意）である．ピュタゴラス音律の場合，増逆２度は正の音程であり，しばしば**ピュタゴラス・コンマ**と呼ばれる．なお増逆２度は中全音律では負の音程（$=-$[減２度]）であり，平均律では０の音程（$=$[1 度]）である．

次に全音階・半音階における音程を考えよう．そこでまず問題となるのは，そもそも全音階・半音階とはどのような音階であるのかということである．とくに半音階についてはあまりきちんと述べられている文献がないので２元音律的立場から定義しておこう．そのためにはまず５度列を定義する必要がある．いま音名の図における点を q 軸上に写したもの，すなわち音程計算尺の音名を考えるとオクターブの差は同一視され，

…⟶ファ♭⟶ド♭⟶ソ♭⟶レ♭⟶ラ♭⟶ミ♭⟶シ♭
⟶ファ　⟶ド　⟶ソ　⟶レ　⟶ラ　⟶ミ　⟶シ
⟶ファ♯⟶ド♯⟶ソ♯⟶レ♯⟶ラ♯⟶ミ♯⟶シ♯⟶…

となる音の列が得られる．これを**5度列**という．このとき全音階・半音階は次のように述べられる：

5度列の連続した7個の音を1オクターブ内に収めてできる音階

を**全音階**といい，

5度列の連続した12個の音を1オクターブ内に収めてできる音階

を**半音階**という．これより全音階における音程はすべて $-6 \leqq q \leqq 6$ の範囲に収まり，半音階における音程はすべて $-11 \leqq q \leqq 11$ の範囲に収まる．したがって1度以上8度以下の音程は次のようになる：

t	s	g	q	音程の名称	t	s	g	q	音程の名称
0	0	0	0	1度	5	2	7	0	8度
1	−1	0	7	増1度*	4	3	7	−7	減8度*
0	1	1	−5	短2度	5	1	6	5	長7度
1	0	1	2	長2度	4	2	6	−2	短7度
2	−1	1	9	増2度*	3	3	6	−9	減7度*
0	2	2	−10	減3度*	5	0	5	10	増6度*
1	1	2	−3	短3度	4	1	5	3	長6度
2	0	2	4	長3度	3	2	5	−4	短6度
3	−1	2	11	増3度*	2	3	5	−11	減6度*
1	2	3	−8	減4度*	4	0	4	8	増5度*
2	1	3	−1	4度	3	1	4	1	5度
3	0	3	6	増4度	2	2	4	−6	減5度

ここで*印をつけたものは半音階でのみ現れる音程であり，**半音階的音程**という．印のない音程は全音階・半音階のどちらでも現れる音程であり，**全音階的音程**という．

8. 音程の数理的解釈

現代の物理学において，音は媒質中を伝わる疎密波と呼ばれる振動と解釈されるが，音の高さが認識できるような音（楽音という）は一定の振動の形が繰り返されるという特徴をもつ．この繰り返される振動の形1回の経過時間を**周期**といい，その逆数，すなわち1を周期で割った値を**振動数**という．振動数が大きいほど高い音になり，小さいほど低い音になる．そして音程は2つの音の振動数比と解釈され，その振動数比の値は，通常高い音の振動数から低い音の振動数で割った値とする．このとき協和音程の八度・五度・長三度は振動数比の値（以下，単に振動数比という）ではそれぞれ $2, \frac{3}{2}, \frac{5}{4}$ であることが知られている．そこで各音律の基本音程を前述した定義式を用いて振動数比で表すと，和は積に，差は商に，実数倍は冪乗になって

$$\text{ピュタゴラス音律：}\begin{cases}(\text{全音の振動数比}) = 1 \div 2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{8} \\ (\text{半音の振動数比}) = 2^3 \div \left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{256}{243}\end{cases}$$

$$\text{純正律：}\begin{cases}（\text{大全音の振動数比}）=1\div2\times\left(\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{9}{8}\\[2ex]（\text{小全音の振動数比}）=2\div\left(\dfrac{3}{2}\right)^2\times\dfrac{5}{4}=\dfrac{10}{9}\\[2ex]（\text{大半音の振動数比}）=2\div\dfrac{3}{2}\div\dfrac{5}{4}=\dfrac{16}{15}\end{cases}$$

$$\text{中全音律：}\begin{cases}（\text{全音の振動数比}）=\left(\dfrac{5}{4}\right)^{\frac{1}{2}}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}\\[2ex]（\text{半音の振動数比}）=2^{\frac{1}{2}}\div\left(\dfrac{5}{4}\right)^{\frac{5}{4}}=\dfrac{8}{5\sqrt[4]{5}}\end{cases}$$

$$\text{平均律：}\begin{cases}（\text{半音の振動数比}）=2^{\frac{1}{12}}=\sqrt[12]{2}\end{cases}$$

となる．

これをもとにピュタゴラス音律・中全音律・平均律について各音程の振動数比を計算したものが次の表である（純正律は３元音律のため，後述する）：

音程		ピュタゴラス音律	中全音律	平均律
１度	ド	1	1	$2^{0/12}$
増１度	ド♯	2187/2048	$5\sqrt[4]{125}/16$	$2^{1/12}$
短２度	レ♭	256/243	$8/5\sqrt[4]{5}$	$2^{1/12}$
長２度	レ	9/8	$\sqrt{5}/2$	$2^{2/12}$
増２度	レ♯	19683/16384	$25\sqrt[4]{5}/32$	$2^{3/12}$
減３度	ミ♭♭	65536/59049	$64/25\sqrt{5}$	$2^{2/12}$
短３度	ミ♭	32/27	$4/\sqrt[4]{125}$	$2^{3/12}$
長３度	ミ	81/64	5/4	$2^{4/12}$
増３度	ミ♯	177147/131072	$25\sqrt[4]{125}/64$	$2^{5/12}$
減４度	ファ♭	8192/6561	32/25	$2^{4/12}$
４度	ファ	4/3	$2/\sqrt[4]{5}$	$2^{5/12}$
増４度	ファ♯	729/512	$5\sqrt{5}/8$	$2^{6/12}$
減５度	ソ♭	1024/729	$16/5\sqrt{5}$	$2^{6/12}$
５度	ソ	3/2	$\sqrt[4]{5}$	$2^{7/12}$
増５度	ソ♯	6561/4096	25/16	$2^{8/12}$
減６度	ラ♭♭	262144/177147	$128/25\sqrt[4]{125}$	$2^{7/12}$
短６度	ラ♭	128/81	8/5	$2^{8/12}$
長６度	ラ	27/16	$\sqrt[4]{125}/2$	$2^{9/12}$
増６度	ラ♯	59049/32768	$25\sqrt{5}/32$	$2^{10/12}$
減７度	シ♭♭	32768/19683	$64/25\sqrt[4]{5}$	$2^{9/12}$
短７度	シ♭	16/9	$4/\sqrt{5}$	$2^{10/12}$
長７度	シ	243/128	$5\sqrt[4]{5}/4$	$2^{11/12}$
減８度	ド♭	4096/2187	$32/5\sqrt[4]{125}$	$2^{11/12}$
８度	ド	2	2	$2^{12/12}$

ここで２列目は基準音をドとしたとき，１列目の音程をもつ音名を表す．

また，この表の数値を小数で表したものを次で与える（ただし小数第６位を四捨五入する）．

音程		ピュタゴラス音律	中全音律	平均律
１度	ド	1.00000	1.00000	1.00000
増１度	ド♯	1.06787	1.04491	1.05946
短２度	レ♭	1.05350	1.06998	1.05946
長２度	レ	1.12500	1.11803	1.12246
増２度	レ♯	1.20135	1.16824	1.18921
減３度	ミ♭♭	1.10986	1.14487	1.12246
短３度	ミ♭	1.18519	1.19628	1.18921
長３度	ミ	1.26563	1.25000	1.25992
増３度	ミ♯	1.35152	1.30613	1.33484
減４度	ファ♭	1.24859	1.28000	1.25992
４度	ファ	1.33333	1.33748	1.33484
増４度	ファ♯	1.42383	1.39754	1.41421
減５度	ソ♭	1.40466	1.43108	1.41421
５度	ソ	1.50000	1.49535	1.49831
増５度	ソ♯	1.60181	1.56250	1.58740
減６度	ラ♭♭	1.47981	1.53124	1.49831
短６度	ラ♭	1.58025	1.60000	1.58740
長６度	ラ	1.68750	1.67185	1.68179
増６度	ラ♯	1.80203	1.74693	1.78180
減７度	シ♭♭	1.66479	1.71198	1.68179
短７度	シ♭	1.77778	1.78885	1.78180
長７度	シ	1.89844	1.86919	1.88775
減８度	ド♭	1.87289	1.91405	1.88775
８度	ド	2.00000	2.00000	2.00000

この表より以下のことがわかる．まずピュタゴラス音律・中全音律においては各音程に対しその振動数比は１対１に対応する．したがって１つの音程に対し異なる振動数比が対応することはないし，異なる音程に対し同じ振動数比をもつこともない．その一方で平均律においては異なる音程に対し同じ振動数比になることがあり，これを**異名同音的音程**という．ここで注意をすると，他の文献ではピュタゴラス音律等に異名同音的音程を適用してかえって理論を複雑化してしまっているものがある．たとえばピュタゴラス音律における４度・８度は振動数比ではそれぞれ4/3，２であるが，文献［9，pp. 58–59，※①※②］ではこれらを誤って$\dfrac{\left(\frac{3}{2}\right)^{11}}{2^6}$（＝177147/131072，増３度），$\dfrac{\left(\frac{3}{2}\right)^{12}}{2^6}$（＝531441/262144，増７度）の値もとり得るかのような記述をしている．また文献［11，p. 85］では比$\dfrac{2^{17}}{3^{11}}$：$\dfrac{1}{2}$（比の値では262144/177147）が５度であるかのような記述がみられるが，これは減６度である．

次に平均律で異名同音的な音程の場合，ピュタゴラス音律においては度数が大きい音程

の方が振動数比は小さく，逆に中全音律においては度数の小さい音程の方が振動数比が小さい．たとえば増１度と短２度をみると，ピュタゴラス音律では短２度の方が小さく（1.05350），増１度の方が大きい（1.06787）．中全音律では増１度の方が小さく（1.04491），短２度の方が大きい（1.06998）．したがってピュタゴラス音律では増１度から短２度を除いた音程（増逆２度）が正の音程となり，中全音律では逆に短２度から増１度を除いた音程（減２度）が正の音程となる．『楽典』などでは負の音程は基本的に認められていないが，負の音程を認めないのであれば負の度数（ピュタゴラス音律における増逆２度）を許容する必要が生じ，また負の度数を許容しないのであれば負の音程（ピュタゴラス音律における減２度）を認めなければならない．なおここで述べた「増逆２度」と「減２度」は互いに逆音程［増逆２度］＝－［減２度］の関係にある．

9. 中国・日本の音律

中国や日本の音律は西洋の音律と異なるため，しばしば近似という形で比較をされる．しかし，これらはピュタゴラス音律であるから，１つの音の高さを同じと仮定すれば他の音は近似でなく正確に対応させることが可能である．そこでまず中国の音の高さの原理を述べよう．

中国の音律はしばしば三分損益法という名称で説明がなされる．これは竹の管を吹いて出る音に対し，その管の長さを調節することによって異なる高さの音を得る方法である．具体的には基準の長さに対し，その３分の１を減じたものを三分損一といい，３分の１を加えたものを三分益一という．三分損一すると元の音のほぼ五度上の音が得られ，三分益一するとほぼ四度下の音が得られる．これを繰り返すことによって各音高を得ることを三分損益法という．なお管を用いずに絃を用いるとより正確に五度上・四度下の音が得られる（文献［7，p.12］参照）．いずれにせよ，この方法は完全協和音程を得るのが目的であるから，五度上・四度下の音を順次とる原理と解釈される．なお，四度下の１オクターブ上の音が五度上の音であるから，オクターブの差を除けば五度上の音を順次とる原理ともいえる．

さて，古代中国では相対的な音の高さを表す名称として，低い方から順番に

宮（きゅう）・商（しょう）・角（かく）・徵（ち）・羽（う）

の５つ，あるいは變徵（へんち）・變宮（へんきゅう）を追加した

宮・商・角・變徵・徵・羽・變宮

の７つが用いられた．前者を**五声**といい，後者を**七声**という．これらは５度列では

宮⟶徵⟶商⟶羽⟶角⟶變宮⟶變徵

の関係にある．いま仮に宮をドと仮定すれば，５度列より

中国名	宮	商	角	變徵	徵	羽	變宮
ピュタゴラス音律	ド	レ	ミ	ファ♯	ソ	ラ	シ

の対応が得られる．ここで變（＝変）は短２度（全音階的半音）下がることを表す接頭辞である．前述したように♭は増１度（半音階的半音）下げる記号であるから，ピュタゴラス音律の観点からみれば♭を「変」と訳すのは誤訳である．

一方で，古代中国では絶対的な音の高さを表す名称として**十二律**と呼ばれるものがある．それは低い方から順に

黄鐘（こうしょう）・大呂（たいりょ）・太簇（たいそう）・夾鐘（きょうしょう）・姑洗（こせん）・仲呂（ちゅうりょ）・蕤賓（すいひん）・林鐘（りんしょう）・夷則（いそく）・南呂（なんりょ）・無射（ぶえき）・應鐘（おうしょう）

という．まず一定の大きさの竹の管を吹いて出る音の高さを「黄鐘」と定め，三分損益法によって順次他の音の高さを定めた．これについてはたとえば呂不韋（—前 235）による『呂氏春秋』季夏紀の音律に次のような記述がある（文献［12］参照）．

> 二曰、黄鐘生林鐘、林鐘生太簇、太簇生南呂、南呂生姑洗、姑洗生應鐘、應鐘生蕤賓、蕤賓生大呂、大呂生夷則、夷則生夾鐘、夾鐘生無射、無射生仲呂。三分所生、益之一分以上生、三分所生、去其一分以下生。黄鐘、大呂、太簇、夾鐘、姑洗、仲呂、蕤賓爲上、林鐘、夷則、南呂、無射、應鐘爲下。

ここで「上生」とは三分益一，すなわち四度下の音をとることであり，「下生」とは三分損一，すなわち五度上の音をとることである．前述したようにオクターブを同一視すればいずれも五度上の音をとることであるから，この記述を 5 度列で表すと

黄鐘⟶林鐘⟶太簇⟶南呂⟶姑洗⟶應鐘
⟶蕤賓⟶大呂⟶夷則⟶夾鐘⟶無射⟶仲呂

となる．したがって黄鐘をドと仮定すれば

中国名	黄鐘	大呂	太簇	夾鐘	姑洗	仲呂
ピュタゴラス音律	ド	ド♯	レ	レ♯	ミ	ミ♯
中国名	蕤賓	林鐘	夷則	南呂	無射	應鐘
ピュタゴラス音律	ファ♯	ソ	ソ♯	ラ	ラ♯	シ

の対応が得られる．なお平均律による異名同音によって仲呂をファとしている文献がある（文献［9，p. 62］・文献［10，p. 174］など）がこれは明らかに誤りである．

日本の音律は，おおまかな原理は中国の音律の輸入であるが，その名称や運用が各方面で異なるため，ここでは雅楽の名称について述べる．雅楽では音の名称として，低い方から順番に

壹越（いちこつ）・断金（たんぎん）・平調（ひょうじょう）・勝絶（しょうぜつ）・下無（しもむ）・双調（そうじょう）・鳧鐘（ふしょう）・黄鐘（おうしき）・鸞鏡（らんけい）・盤渉（ばんしき）・神仙（しんせん）・上無（かみむ）

が用いられるが，安倍季尙著『樂家録』巻之十（文献［1］参照．また文献［4，p. 111］・［5，pp. 283-284］にも音高についての記述あり）の笙の調律において

> 先定乙管声（正平調） 以乙調七（正盤渉） 以七調八（上平調復可合試於乙声） 以八調行（正黄鐘復合於乙声） 以七調一（下盤渉復合於乙声） 以一調下（正下無復合於七声） 以行調乞（下黄鐘復合於乙声） 以乞調凢（正壹越復合於行声） 以凢調上（上壹越復合於行声） 以上調十（正双調復合於凢声） 以下調千（上下無復合於一声） 以下調工（下上無復合於千声） 以工調言（正上無復合於下声） 以工調美（正鳧鐘復可合試於言声） 以十調比（正神仙） 已上

とあるように，まず「乙」の管の音を調子笛等の音で合わせ，次に「七」を「乙」の音に合わせ，以下順に「八」「行」「一」「下」「乞」「凢」「上」「十」「千」「工」「言」「美」

「比」の音を合わせたと考えられる．上の記述を図示するならば

乙$\binom{\text{正}}{\text{平調}}\xrightarrow{\text{五度}}$七$\binom{\text{正}}{\text{盤渉}}$，七$\binom{\text{正}}{\text{盤渉}}\xrightarrow{\text{四度}}$八$\binom{\text{上}}{\text{平調}}$，八$\binom{\text{上}}{\text{平調}}\xrightarrow[\text{五度}]{}$行$\binom{\text{正}}{\text{黄鐘}}$，

七$\binom{\text{正}}{\text{盤渉}}\xrightarrow[\text{八度}]{}$一$\binom{\text{下}}{\text{盤渉}}$，一$\binom{\text{下}}{\text{盤渉}}\xrightarrow{\text{五度}}$下$\binom{\text{正}}{\text{下無}}$，行$\binom{\text{正}}{\text{黄鐘}}\xrightarrow[\text{八度}]{}$乞$\binom{\text{下}}{\text{黄鐘}}$，

乞$\binom{\text{下}}{\text{黄鐘}}\xrightarrow{\text{四度}}$几$\binom{\text{正}}{\text{壹越}}$，几$\binom{\text{正}}{\text{壹越}}\xrightarrow{\text{八度}}$上$\binom{\text{上}}{\text{壹越}}$，上$\binom{\text{上}}{\text{壹越}}\xrightarrow[\text{五度}]{}$十$\binom{\text{正}}{\text{双調}}$，

下$\binom{\text{正}}{\text{下無}}\xrightarrow{\text{八度}}$千$\binom{\text{上}}{\text{下無}}$，下$\binom{\text{正}}{\text{下無}}\xrightarrow[\text{四度}]{}$工$\binom{\text{下}}{\text{上無}}$，工$\binom{\text{下}}{\text{上無}}\xrightarrow{\text{八度}}$言$\binom{\text{正}}{\text{上無}}$，

工$\binom{\text{下}}{\text{上無}}\xrightarrow{\text{五度}}$美$\binom{\text{正}}{\text{鳧鐘}}$，十$\binom{\text{正}}{\text{双調}}\xrightarrow{\text{四度}}$比$\binom{\text{正}}{\text{神仙}}$，

となる．ここで矢印の上に音程を書いた場合，その音程分上に音をとることを表し，矢印の下に音程を書いた場合，その音程分下に音をとることを表す．これを雅楽の音名の５度列で表すと

神仙⟶双調⟶壹越⟶黄鐘⟶平調⟶盤渉⟶下無⟶上無⟶鳧鐘

の関係があることがわかる（断金・勝絶・鸞鏡については明確に定められていないことに注意）．そこで，壹越をレと仮定すると，次の対応が得られる．

日本名	壹越	断金	平調	勝絶	下無	双調
ピュタゴラス音律	レ	——	ミ	——	ファ♯	ソ
日本名	鳧鐘	黄鐘	鸞鏡	盤渉	神仙	上無
ピュタゴラス音律	ソ♯	ラ	——	シ	ド	ド♯

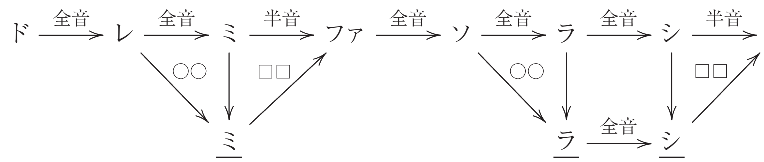
なお，断金・勝絶・鸞鏡について不確定とする根拠については文献［8, pp. 146–147］を参照のこと．

10．純正律（3 元音律）における音程の理論

純正律は本質的にはピュタゴラス音律の拡張であるが，歴史的にはまずピュタゴラス音律の変形として議論された．それはピュタゴラス音律における長３度（2 全音）を協和音程に変形することから始まる．ピュタゴラス音律の長３度の音程を同時に鳴らすといわゆる「唸り音」というものが発生する．しかし，この音程を若干狭くするとこの唸り音が解消される．そこでこの唸り音が解消された長３度を協和音程とみなして，算用数字による長３度でなく漢数字による「長三度」で呼ぶことにする．また，長３度と長三度との差，すなわち前述の「若干」の音程を**シントニック・コンマ**あるいは単に**コンマ**と呼ぶ．

さてはじめに長音階と短音階に対する純正律を考えよう．まず長音階ドレミファソラシドに対して長３度はドとミ，ファとラ，ソとシの３つである．このときドミソ，ファラド，ソシレの和音を考えると，まん中のミ，ラ，シを低くすることによって唸り音が解消される．そこでこれらの音をコンマ分低くした音を$\underline{\text{ミ}}$，$\underline{\text{ラ}}$，$\underline{\text{シ}}$で表すと，ドと$\underline{\text{ミ}}$，ファと$\underline{\text{ラ}}$，ソと$\underline{\text{シ}}$は長三度になる．以上によって得られたドレ$\underline{\text{ミ}}$ファソ$\underline{\text{ラ}}\underline{\text{シ}}$ドを**純正長音階**という．同様に短音階ラシドレミファソラに対してはラドミ，レファラ，ミソシの和音を考えると，まん中のド，ファ，ソを高くすることによって唸り音が解消される．よってこれらの音をコンマ分高くした音を$\overline{\text{ド}}$，$\overline{\text{ファ}}$，$\overline{\text{ソ}}$で表すと，$\overline{\text{ド}}$とミ，$\overline{\text{ファ}}$とラ，$\overline{\text{ソ}}$とシは長三度になる．

以上によって得られたラシ$\overline{\text{ド}}$レミ$\overline{\text{ファソ}}$ラを**純正短音階**という．いま純正長音階を図示すれば次のようになる：



これより○○の音程は全音からコンマを除いた音程であり，□□の音程は半音とコンマを合わせた音程である．この○○を**小全音**といい，□□を**大半音**という．また従来の全音を小全音と比較して**大全音**ということにすれば，純正長音階は

$$\text{ド}\xrightarrow{\text{大全音}}\text{レ}\xrightarrow{\text{小全音}}\underline{\text{ミ}}\xrightarrow{\text{大半音}}\text{ファ}\xrightarrow{\text{大全音}}\text{ソ}\xrightarrow{\text{小全音}}\underline{\text{ラ}}\xrightarrow{\text{大全音}}\underline{\text{シ}}\xrightarrow{\text{大半音}}\text{ド}$$

となる．また，純正短音階は

$$\text{ラ}\xrightarrow{\text{大全音}}\text{シ}\xrightarrow{\text{大半音}}\overline{\text{ド}}\xrightarrow{\text{小全音}}\text{レ}\xrightarrow{\text{大全音}}\text{ミ}\xrightarrow{\text{大半音}}\overline{\text{ファ}}\xrightarrow{\text{大全音}}\overline{\text{ソ}}\xrightarrow{\text{小全音}}\text{ラ}$$

となる．いずれの場合においても隣合う音の音程は「大全音」「小全音」「大半音」の3つであることに注意しよう．

なお，本質的には３元音律の音は３次元空間上に図示することもできるが，ここではその説明は割愛する．

さて，純正律の基本音程は「大全音」「小全音」「大半音」の3つである．したがって純正律をピュタゴラス音律の変形と解釈しても，基本音程が増えているためピュタゴラス音律の音程の名称では合理的に純正律の音程を表すことができない．そこで，純正律をピュタゴラス音律の拡張と考え，音程の名称もピュタゴラス音律の名称を拡張することによって，合理的な名称を与えることにする．そのためには純正律の基本音程としてピュタゴラス音律の「全音」「半音」の他にもう一つつけ加えて，純正律の音程を表す必要がある．結論からいえば「コンマ」をつけ加えることによってすべての純正律の音程が表せる．それは

$$\begin{cases}[\text{大全音}]=[\text{全音}]\\ [\text{小全音}]=[\text{全音}]-[\text{コンマ}]\\ [\text{大半音}]=[\text{半音}]+[\text{コンマ}]\end{cases}$$

の関係があるからである．これをもとにピュタゴラス音律の音程にコンマ分大きい音程には接頭辞「微増」をつけ，コンマ分小さい音程には接頭辞「微減」をつける．コンマが重なる場合は「重微増」「3重微増」…，あるいは「重微減」「3重微減」…のようにする．このようにすると「小全音」は「全音（長２度）」よりコンマ分小さいから「微減長２度」となり，「大半音」は「半音（短２度）」よりコンマ分大きいから「微増短２度」となる．また不完全協和音程の「長三度」は「微減長３度」となる．

以上の定義から得られる，純正長音階あるいは純正短音階における１度以上８度以下の音程の名称を振動数比を併記して以下に示す：

音程の名称	振動数比	音程の名称	振動数比
１度	1	８度	2
微増短２度	16/15	微減長７度	15/8

微減長２度	10/9	微増短７度	9/5
長２度	9/8	短７度	16/9
短３度	32/27	長６度	27/16
微増短３度	6/5	微減長６度	5/3
微減長３度	5/4	微増短６度	8/5
４度	4/3	５度	3/2
微増４度	27/20	微減５度	40/27
微減増４度	45/32	微増減５度	64/45

また，以下の音程に関しては特別な名称で呼ばれることがある：

音程の名称	振動数比	特別な名称（ラテン語）
長２度	9/8	大全音（tonus major）
微減長２度	10/9	小全音（tonus minor）
重微増短２度	27/25	大リンマ（limma majus）
微増短２度	16/15	大半音（semitonium majus）
微減増１度	135/128	小リンマ（limma minus）
短２度	256/243	ピュタゴラス・リンマ（limma Pythagoricum）
重微減増１度	25/24	小半音（semitonium minus）
３重微増減２度	128/125	ディエシス（diesis）
増逆２度	531441/524288	ピュタゴラス・コンマ（comma Pythagoricum）
微増１度	81/80	コンマ（comma）
重微増減２度	2048/2025	ディアスキスマ（diaschisma）
微減増逆２度	32805/32768	スキスマ（schisma）

11. おわりに

音律論を調べるにあたって，筆者はいくつかの文献に目を通したが，管見の限りではこのような論理的な視点から理論を展開しているものはなかった．そのため文献によって定義がまちまちであったり，中には非論理的な記述も多くみられるのが現状である．音律論自体が非論理的なものであるならばそれもやむなしであるが，実際のところは本稿のように論理的に矛盾の起こらないよう理論を展開することが可能である．このような議論がなされなかったのは本稿で述べた「音程の理論と平均律が相容れない」という大きな矛盾を認識していなかったことがあげられよう．すなわち議論の土台の部分にすでに大きな矛盾があり，しかもそれを認識していないがために，理論を積み上げることができなかったということができる．そのため，本稿が音楽理論を論理的に理解する一助となれば幸いである．

引用・参考文献

［１］安倍季尙『樂家錄』盛岡市中央公民館所蔵版（元祿３（1690/1691））
https://kotenseki.nijl.ac.jp/biblio/100162450/
［２］石桁真礼生ほか『新装版 楽典 理論と実習』音楽之友社（2001）
［３］遠藤徹『雅楽を知る事典』東京堂出版（2013）
［４］小野貴嗣編，小野亮哉監修，東儀信太郎ほか『雅楽事典【新装版】』里文出版（2019）

［5］音楽之友社編『新音楽辞典 楽語』音楽之友社（1977）
［6］笠原潔・徳丸吉彦『音楽理論の基礎』放送大学教育振興会（2007）
［7］川原秀城編『中国の音楽文化 三千年の歴史と理論』勉誠出版（2016）
［8］小島教知「日本雅楽の音律に関するいくつかの注意」智山学報 **70**，139-152（2021）
［9］桜井進・坂口博樹『音楽と数学の交差』大月書店（2011）
［10］田中有紀「江永の十二平均律解釋と河圖・洛書の學」日本中國學會報 **67**，164-179（2015）
［11］馬場良始「ピタゴラス音律――小学校専門科目「数学」での実践――」数学教育研究 **41**，71-94（2012）
［12］呂不韋編『呂氏春秋』中國哲學書電子化計劃
https://ctext.org/lv-shi-chun-qiu/

Abstract

Problems of Music Thoery from the Perspective of Temperament Theory

Noritomo KOZIMA

Abstract : This paper considers contradictions in music theory, especially interval theory, from the perspective of temperament theory. The theory of intervals is based on the Pythagorean tuning, but is often explained using the theory of equal temperament. However, this contradiction is essentially caused by the conflict between Pythagorean tuning and equal temperament. In terms of temperament theory, Pythagorean tuning is generated with two intervals (i. e., whole tone and semitone), whereas equal temperament is generated with one interval (i. e. semitone). Therefore, it is actually impossible to explain Pythagorean tuning using the theory of equal temperament. In this paper, we clarify these problems, and construct a theory that does not depend on particular temperament.

人文・自然研究　第 18 号